

# ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 03.02.2024

**Тема: «Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной»**

## Новый материал (конспект в тетрадь)

При исследовании функций и построении их графиков рекомендуется использовать следующую **схему**:

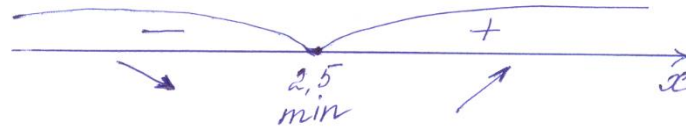
1. Найти область определения функции.
2. Исследовать функцию на четность – нечетность.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат.
4. Найти промежутки возрастания и убывания.
5. Найти точки экстремума и значения функции в этих точках.
6. Построить график функции

**Пример.** Исследовать функцию  $y = x^2 - 5x + 6$  и построить ее график.

1. Найдем область определения  $D(y) = (-\infty; +\infty)$
2. Выясним, является ли функция четная или нечетная:  
 $y(-x) = (-x)^2 - 5(-x) + 6 = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow$  функция общего вида
3. Найдем точки пересечения графика с осями:
  - с осью  $Oy$ :  $x = 0$ ,  
 $0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 0 \Rightarrow y = 6$ , значит  $(0;6)$  – точка пересечения с осью  $y$ ;
  - с осью  $Ox$ :  $y = 0$ ,  
 $x^2 - 5x + 6 = 0$   
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$   
 $x_1 = 3, x_2 = 2$   
 $(3;0)$  и  $(2;0)$  – точки пересечения с осью  $x$
4. Найдем промежутки возрастания и убывания:

$$\begin{aligned}y' &= 2x - 5 \\ 2x - 5 &= 0 \\ x &= 2,5\end{aligned}$$

Обозначим критические точки на координатной прямой и определим знак функции:



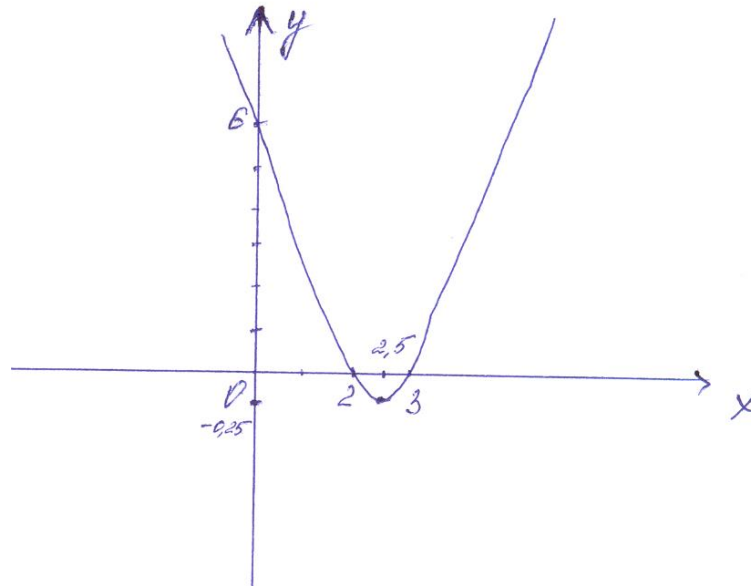
возрастает при  $x \in (2,5; +\infty)$

убывает при  $x \in (-\infty; 2,5)$

5) Найдем точки экстремума и значения функции в этих точках

$$x_{\min} = 2,5 \quad y_{\min} = 2,5^2 - 5 \cdot 2,5 + 6 = -0,25$$

6) Построим график функции:



**Пример.** Исследовать функцию  $y=x^3 + 6x^2 + 9x$  и построить график.

1) Найдем область определения:

$$D(y)=\mathbb{R}$$

2) Выясним, является ли функция четная или нечетная:

$$y(-x)=(-x)^3 + 6(-x)^2 + 9(-x)=-x+6x^2-9x \text{ функция общего вида.}$$

3) Найдем точки пересечения графика с осями:

с осью  $Oy$ :  $x=0, y=0$   $(0;0)$  – точка пересечения с осью  $y$ .

с осью  $Ox$ :  $y=0$ ,

$$x^3 + 6x^2 + 9x=0$$

$$x(x^2 + 6x + 9)=0$$

$$x=0 \text{ или } x^2 + 6x + 9=0$$

$$D=b^2 - 4ac$$

$$D=36-36=0$$

$D=0$ , уравнение имеет один корень.

$$x=-3$$

$(0;0)$  и  $(-3;0)$  – точки пересечения с осью  $x$ .

4) Найдем промежутки возрастания и убывания:

Сначала найдем производную функции:

$$y'=(x^3 +6x^2 +9x)'=3x^2 +12x+9$$

Определим критические точки, приравняем производную к нулю

$$y'=0, \text{ т.е.}$$

$$3x^2 +12x+9=0 \text{ сократим на } 3$$

$$x^2 +4x+3=0$$

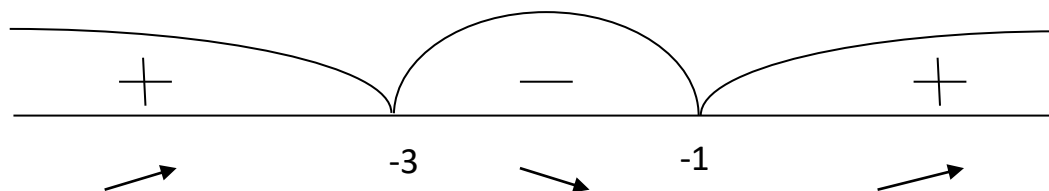
$$D=b^2 -4ac$$

$$D=16-12=4$$

$D>0$ , уравнение имеет 2 корня.

$$x_1 =-1 \quad x_2 =-3$$

Обозначим критические точки на координатной прямой и определим знак функции:



Когда определяем знак, подставляем в производную из пункта № 4! (в нашем

$$\text{случае } y'=3x^2 +12x+9)$$

$$x=-4, y'=3 \cdot 16-48+9=9>0$$

$$x=-2, y'=12-24+9=-3<0$$

$$x=0, y'=0+0+9=9>0$$

5) Найдем точки экстремума и значения функции в этих точках

$x_{\min} =-1$  (точка  $-1$  является точкой минимума, так как в ней производная поменяла знак с  $-$  на  $+$ )

$x_{\max} =-3$  (точка  $-3$  является точкой максимума, так как в ней производная поменяла знак с  $+$  на  $-$ )

Найдем экстремумы функции:

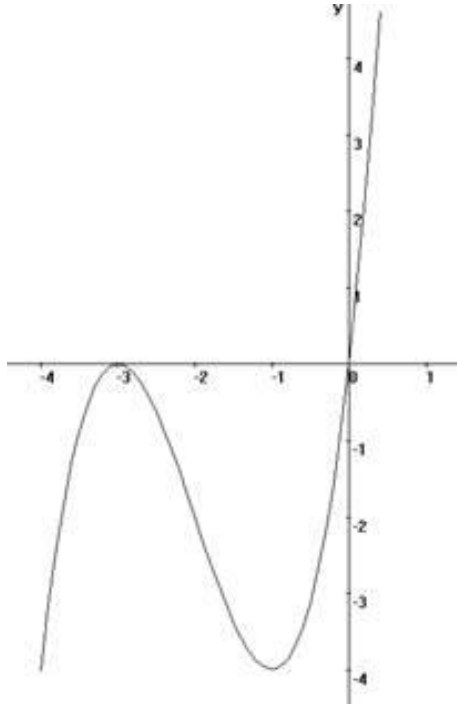
Подставляем в функцию, которая дана в условии задачи (в нашем случае

$$y=x^3+6x^2+9x)$$

$$y_{\min}=y(-1)=-1+6-9=-4$$

$$y_{\max}=y(-3)=-27+54-27=0$$

б) Построим график функции:



Конспект отправляем на электронную почту [oles.udalova@yandex.ru](mailto:oles.udalova@yandex.ru)